CUADERNILLO INGRESO 2022

FÍSICA - MATEMÁTICA

CARRERA

TECNICATURA SUPERIOR EN TRANSPORTE FERROVIARIO

PALABRAS INICIALES:

Las matemáticas fueron creadas para describir y modelar el mundo físico.
Y es una herramienta muy valiosa para la física.

Pero también surgieron las matemáticas financieras, para el mundo de las finanzas, y las matemáticas estadísticas como una herramienta para las estadísticas. Pero poder hacer cálculos estadísticos, no hace falta que sepa de estadísticas, saber matemática financiera, no significa que sepa de finanzas, de la misma manera, saber hacer cálculos con ecuaciones físicas, no quiere decir que sepas Física.

Enseñamos cálculos físicos como si eso fuese Física.

Este curso introductorio es solo una guía, que nos sirve para comprender que la Física es una ciencia experimental, y por lo tanto debe enseñarse mediante la experimentación. La Física se siente y se toca, no solo se escribe.

Mediante la observación de hechos de la vida cotidiana, vamos a encontrar similitudes y diferencias, y así emplear estos conocimientos previos, para formar nuestro nuevo conocimiento de la Física.

Se realizarán modelos físicos para experimentar, y deducir algunas leyes básicas, es importante cambiar el paradigma de la Física como matemática aplicada. La matemática es solo una herramienta para modelar la Física.

No es difícil reconocer que vivimos en un mundo científico y tecnológico; la Física es una parte fundamental de nuestro mundo que influye en nuestra sociedad a cualquier escala, pues abarca desde lo infinitamente grande, la astrofísica, a lo infinitamente pequeño, la Física de las partículas elementales. Por ello no debe extrañar la presencia de la Física en todo lo que ha representado progreso científico y técnico.

La Física no es sólo una ciencia teórica; es también una ciencia experimental. Como toda ciencia, busca que sus conclusiones puedan ser verificables mediante experimentos y que la teoría pueda realizar predicciones de experimentos futuros. Dada la amplitud del campo de estudio de la física, así como su desarrollo histórico con relación a otras ciencias, se la puede considerar **la ciencia fundamental o central**, ya que incluye dentro de su campo de estudio a la Química, la Biología y la Electrónica, además de explicar sus fenómenos.

Diremos que la Física se ocupa del estudio de los fenómenos que ocurren en la naturaleza, partiendo de la hipótesis de que todos ellos se rigen por un conjunto de leyes físicas.

El objetivo de esta ciencia es describir las leyes físicas con el objeto de poder comprender y relacionar entre sí diferentes fenómenos. Es más, esta ciencia intenta predecir estos fenómenos y las relaciones entre ellos, que todavía desconocemos.

Intentaremos acercarnos a los saberes de las Física, descubrir como nuestra vida cotidiana está inundada de estos fenómenos y cómo podemos explicarlos con las leyes de la Física.

Saber:

Se busca en el estudiante una apropiación de los contenidos a través de la experimentación, acompañado un proceso de reflexión, de crítica, de expresión, de vida.

- Capacidad de relacionar temas y conceptos en el desarrollo del curso.
- Capacidad de síntesis y análisis en el manejo de las leyes físicas

Saber hacer: la creatividad se reconoce en los aportes del estudiante, en lo que puede innovar.

- Capacidad de recrear y reorientar contenidos con su realidad.
- Capacidad de planteamiento de preguntas y propuestas.
- Capacidad de imaginar situaciones nuevas.
- Capacidad de reconocer la física en lo cotidiano y aplicarla para resolver problemas concretos.

Saber ser: donde se van trasformando las actitudes. El principal cambio es el de la actitud frente al estudio.

- Continuidad de entusiasmo por el proceso de aprendizaje
- Capacidad de hacer frente críticamente al material experimental.
- Capacidad de relación teoría práctica.
- Relación positiva con el contexto.
- Capacidad de respeto por los demás.

A CONTINUACIÓN, VEREMOS ALGUNAS ACTIVIDADES QUE TIENEN QUE VER CON CONCEPTOS FÍSICOS.
LA IDEA ES QUE PUEDAN RESPONDER LITERALMENTE SIN RECURRIR A FÓRMULAS FÍSICAS. EN OTROS CASOS VERÁN LA APLICACIÓN DE LAS FÓRMULAS EN DISTINTOS PROBLEMAS.

Utilizando sus conocimientos previos, comparando con hechos de la vida cotidiana, y ayudados por la experimentación, comenzaremos nuestro viaje por la física.

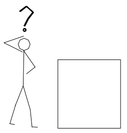
Fuerza:

La fuerza es un concepto muy conocido, pero difícil de definir. Sin que nos digan, qué es una fuerza podemos intuir su significado a través de la experiencia diaria.

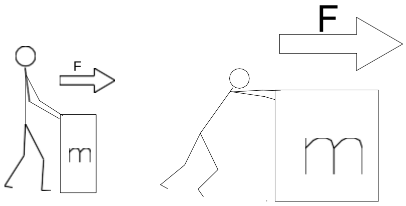
¿Qué es para ti una fuerza, o para qué sirve una fuerza?

Por ejemplo, una fuerza es lo que hago para mover un cuerpo.

Sabemos que para poder mover una caja deberé aplicar una fuerza sobre ella.

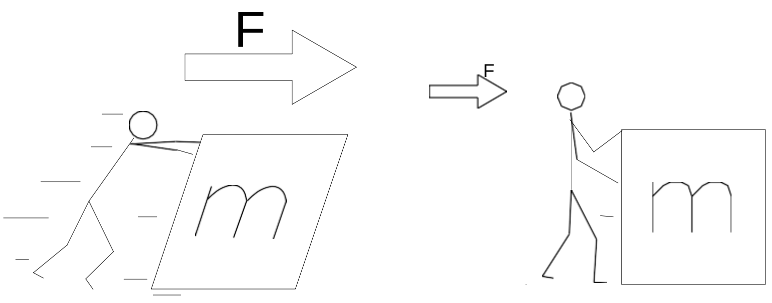


Sé que la fuerza (F) que debo aplicar para mover una caja muy pesada, será mayor que para mover una caja liviana.



Cuando nos referimos a una caja pesada, decimos que posee mucha MASA (m). La masa es la cantidad de materia que tiene un cuerpo, y se mide en Kilo gramos (Kg)

También sabemos que, si tengo dos cajas con la misma masa, y a una de ellas le quiero dar una mayor aceleración (a) entonces deberé ejercer una fuerza mayor.



Con estos datos ya podemos establecer una forma de calcular esa fuerza.

La intensidad de la fuerza que aplico a un objeto depende de la masa del objeto y de la aceleración que la quiero dar:

$$F = m \times a$$

Ejemplo 1

Si el módulo de la fuerza resultante que actúa sobre una masa de 4 kg tiene un valor de 60 N, determine el módulo de la aceleración con que se mueve la masa

Datos del Problema:

m = 4 kg

Fr = 60 N

Sabemos que: $F_R = m \cdot a$

Reemplazamos y tenemos que:

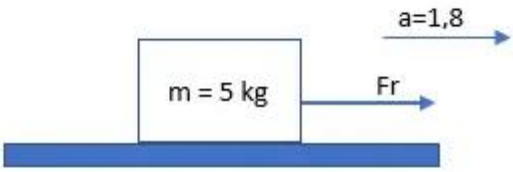
$$60 = 4 \times a$$

$$a = \frac{60}{4}$$

$$a = 15\,\frac{m}{s^2}$$

Ejemplo 2

¿Cuál es el módulo de la fuerza resultante que al actuar sobre una masa de 5 kg le produzca una aceleración de módulo 1,8 m/s2?



Por la segunda ley de Newton:

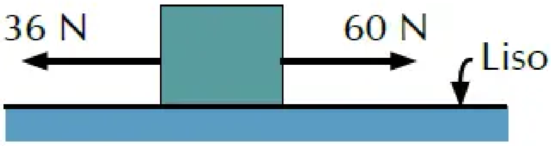
$F_R = m \cdot a$

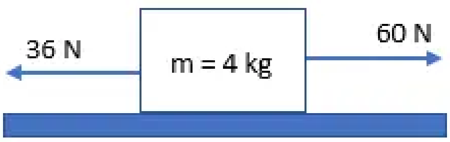
Reemplazamos y obtenemos:

$F_R = 5 \times 1{,}8$

$F_R = 9N$

Ejemplo 3





Por la segunda ley de Newton:

$F_R = m \cdot a$

La Fuerza resultante es la sumatoria de todas las fuerzas que se aplican al cuerpo.

$F_R = \Sigma F = 60 - 36 = 24N$

Por lo tanto:

$24 = 4 \cdot a$

$a = \frac{24}{4}$

$a = 6 \ {}^{m}/_{s^2}$

La fuerza (F) es igual a la masa (m) que voy a mover, por la aceleración (a) que le quiero imprimir.

Unidades de la fuerza*:* El primer paso para poder cuantificar una magnitud física es establecer una unidad para medirla.

En el Sistema Internacional (SI) de unidades la fuerza se mide en Newton (símbolo: N)

La unidad de la masa es el kilogramo (Kg)
La unidad de la aceleración es metros sobre segundos al cuadrado (m/s^2). Entonces nos queda:
Un newton (N) es la fuerza que, al ser aplicada a un cuerpo de 1 Kilogramo (kg) de masa, le provoca una aceleración de 1 metro por segundo al cuadrado (m/s^2).

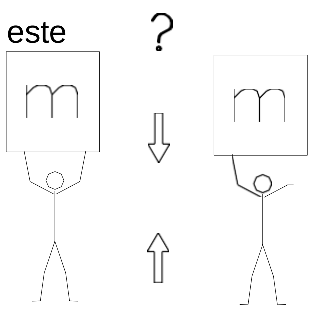
$F = m \times a$ $\qquad$ $1N = 1Kg \times 1m/s^2$

El Newton es la unidad de medida de la fuerza en el Sistema Internacional, y fue adoptado por la Argentina en el SIMELA Sistema Métrico Legal Argentino. Aunque casi no se use en la vida diaria, y sea mucho más común el Kg fuerza, como docentes debemos acostumbrarnos a usarlo y enseñarlo.

¿Y cuándo sostengo un objeto?, a pesar de que no lo esté moviendo le estoy aplicando una fuerza. ¿Cuál es la aceleración?

Es que, si lo suelto se caería, mi fuerza es para frenarlo,
entonces esa aceleración es la de la gravedad (g) que es de 9,81 m/s^2

Esa fuerza con que sostengo el cuerpo, es igual a su peso y en este caso consideramos la aceleración como la de la gravedad (g):



$P = m \times g$

Por ejemplo:

Si sostengo una caja de 8kg de masa, la fuerza que aplico para sostenerla es de:

8kg x 9,81 m/s^2 = 78, 48 N

A partir de aquí nos referimos al peso como la fuerza que ejerce la atracción de la tierra sobre los objetos. Y como es una fuerza se debe expresar en Newton. (N)

Ejemplo: Mi masa es de 85 Kg. Es lo que dice la balanza, (la balanza expresa el peso en Kg fuerza que es una unidad del Sistema Técnico Español) Nosotros debemos considerarla solo como nuestra masa.

Mi peso será: mi masa multiplicada por la aceleración de la gravedad 9,81 m/s^2
85kg x 9,81 m/s^2 = 833 N
Mi peso es de: 833 Newton.

Por ejemplo, si estoy flotando en el espacio, mi masa seguirá siendo 85 Kg (mis rollitos seguirán allí) pero al no estar la aceleración de la gravedad (g=0) no tendré peso. Por supuesto que, si voy a la panadería y le pido 10 Newton de pan, la señora me va a mirar raro, pero eso sería lo correcto.

Isaac Newton enunció 3 leyes relacionadas con las fuerzas:

La primera ley de Newton, establece que un objeto permanecerá en reposo o con movimiento rectilíneo uniforme al menos que sobre él actúe una fuerza externa.

La segunda ley de Newton define la relación entre fuerza y aceleración. La aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza que actúa sobre él e inversamente proporcional a la masa del objeto, Masa es la cantidad de materia que el objeto tiene. **F = m x a**

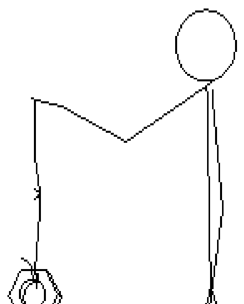
Tercera ley de Newton: si un objeto A ejerce una fuerza sobre un objeto B, entonces el objeto B debe ejercer una fuerza de igual magnitud en dirección opuesta sobre el objeto A.

Vamos a experimentar un poco para entenderlas.

Busca un elástico fino, o corta un par de elastiquines y forma una cuerda, en un extremo ata una tuerca grande o algo parecido.

Cuando la tuerca está quieta, la fuerza que hace mi mano es igual al peso de la tuerca.

Experimento N°1



a- Subo lentamente la mano, a velocidad constante.

¿Al subir realizo más fuerza que al estar en reposo? ¿Se observa en el elástico?

b- Bajo a velocidad constante, (lentamente)

¿Realizo la misma fuerza que antes, más o menos? ¿Hubo algún cambio en el largo del elástico?

c- Estando la tuerca quieta, subo la mano con mucha aceleración, (aumento la velocidad) ¡¡¡CUIDADO DE NO GOLPEARTE LA CABEZA CON LA TUERCA!!!!!

¿Qué ocurrió en el primer instante con la tuerca? ¿Realizaste más fuerza que en los casos anteriores?

d- Estando la tuerca en reposo, baja la mano con mucha aceleración.

¿Qué intentó hacer la tuerca en este caso? e- Agrego más masa (otras tuercas)

Cuando las tuercas están en reposo, subo y bajo la mano con mucha aceleración. ¿Qué ocurre con las tuercas? ¿Qué intentan hacer?

f- ¿Puedes escribir una definición del fenómeno? Ahora haremos algo diferente.

Experimento N°2

Sube la tuerca a velocidad constante y repentinamente detén tu mano (frena la mano)

¿Qué intenta hacer la tuerca ahora?

g- Baja a velocidad constante, y repentinamente detén tu mano

¿Qué intentó hacer la tuerca?

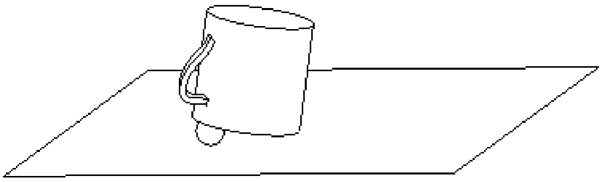
h- Intenta lo nuevamente los pasos (f y g) con poca y mucha masa (tuercas) Redacta una conclusión del fenómeno.

¿Puedes relacionarlo con alguna ley física que conozcas?

¿Puedes identificar cual o cuales de las leyes de Newton intervienen en este experimento?

¿Por qué?

Experimento N°3

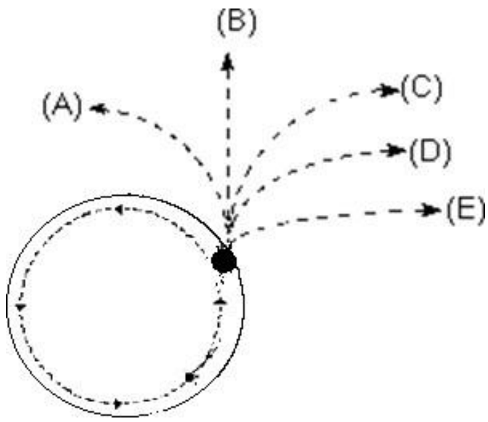


Necesitamos una taza, una bolita, un papel y un poco de tempera, (o tinta)

Ensucia la bolita con tempera.

Coloca la bolita sobre el papel, y con la taza boca abajo, haz girar la bolita en su interior.

Cuando levantes la taza ¿Cuál será la trayectoria que seguirá la bolita?



Con este experimento, puedes agregarle algo importante a la última conclusión que escribiste (del experimento anterior)

¿Puedes identificar cual o cuales de las leyes de Newton intervienen en este experimento?

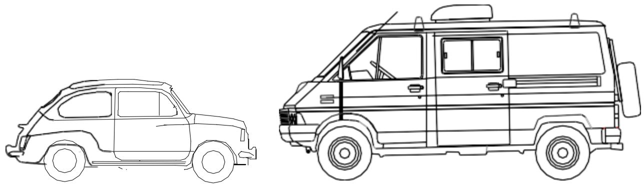
¿Por qué?

Experimento N°4

En la esquina de mi casa una camioneta grande chocó a un auto pequeño, y lo lanzó muy lejos. a- ¿Quién hizo más fuerza, la camioneta o el auto?

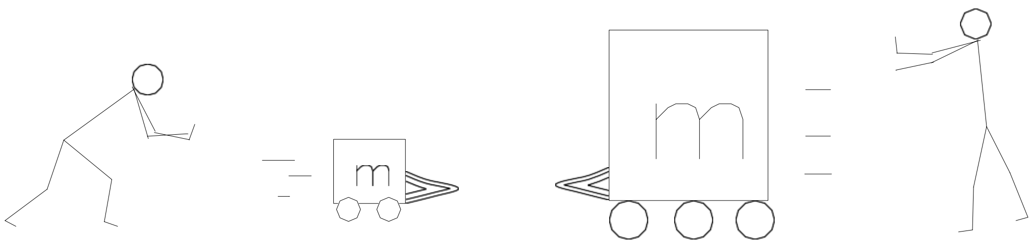
Para comprobarlo utilizaremos dos objetos, con ruedas si es posible, uno con mucha masa y el otro con poca masa.

Y les armaremos con plastilina, unos paragolpes puntiagudos iguales para los dos objetos, y los haremos chocar.



De esta manera descubriremos cuál hace más fuerza.

Mira los paragolpes de plastilina después del choque, ¿Cuál es tu conclusión?



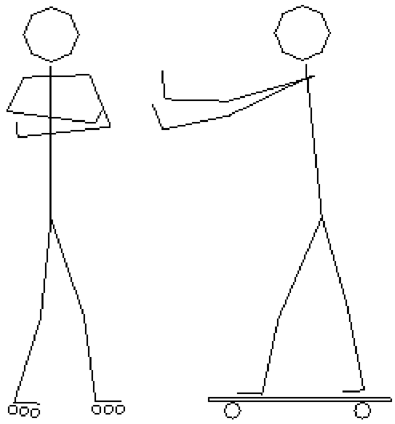
¿Puedes identificar cual o cuales de las leyes de Newton intervienen en este experimento? ¿Por qué?

Experimento N°5

Discusión en la oficina:

Gabriel y Francisco son hermanos mellizos. (Tienen casi el mismo peso).

Gabriel se quejó de que Francisco lo empujó con los pies.



Pero Francisco se defendió diciendo que fue Gabriel quien lo empujó a él.

Puedes comprobar lo que dicen, experimentando, puedes utilizar, sillas de oficina, o rollers o skate o patines lo que tengas a mano, y alguien con un peso similar al tuyo.

Si Gabriel empujó a Francisco, se movió Francisco.

Si fue Francisco el que empujó a Gabriel, se moverá Gabriel.

a- ¿Cuál es tu conclusión sobre lo ocurrido? ¿Conoces alguna ley Física que abale tu conclusión?

¿Puedes identificar cual o cuales de las leyes de Newton intervienen en este experimento?

¿Por qué?

Ya vimos que las fuerzas son las que producen los movimientos, o las que impiden que se sigan moviendo. Y que cada vez que aplique una fuerza a un objeto, este tendrá una aceleración, que dependerá de su masa.

Ahora vamos a descubrir la forma de determinar la velocidad o la posición de ese objeto en movimiento.

La rama de la Física que estudia los movimientos se llama: **CINEMÁTICA**

Si lanzo una bolita rodando por una mesa, esta se moverá siempre en línea recta, y tenderá a mantener su velocidad constante. (Dependiendo de la rugosidad de la superficie de la mesa) (la fuerza de rozamiento de la mesa con la bolita)

El movimiento en línea recta y a velocidad constante. Lo estudiaremos como Movimiento Rectilíneo Uniforme.

Resolver los siguientes problemas:

1) Calcular la masa de un cuerpo que al recibir una fuerza de 20 N adquiere una aceleración de 5 m/s ^{2}.

Respuesta: 4 kg

2) ¿Qué masa tiene una persona de 65 kgf de peso en:

a) Un lugar donde la aceleración de la gravedad es de 9,8 m/s ^{2}.

b) Otro lugar donde la aceleración de la gravedad es de 9,7 m/s ^{2}.

Respuesta: 66,33 kg y 67,01 kg

3) Si la gravedad de la Luna es de 1,62 m/s ^{2}, calcular el peso de una persona en ella, que en la Tierra es de 80 kgf.

Respuesta: 13,22 kgf

4) ¿Qué aceleración tiene un cuerpo que pesa 40 kgf, cuando actúa sobre él una fuerza de 50 N?.

Respuesta: 1,25 m/s ^{2}

5) Calcular la masa de un cuerpo que aumenta su velocidad en 1,8 km/h en cada segundo cuando se le aplica una fuerza de 60 kgf.

MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME

La fórmula del MRU es

$$d = v \cdot t$$

siendo

- d la distancia recorrida,
- v la velocidad del móvil
- t el tiempo que dura el movimiento

Problema 1

¿A qué velocidad debe circular un auto de carreras para recorrer 50km en un cuarto de hora?

Como la distancia es en kilómetros, vamos a escribir el tiempo en unidades de hora para tener la velocidad en km/h.

El tiempo que dura el movimiento es

$$t = \frac{1}{4}\, h = 0.25\, h$$

La distancia recorrida por el móvil es

$$d = 50\, km$$

Por tanto, su velocidad debe ser

$$v = \frac{d}{t}$$

$$v = \frac{50\, km}{0,25\, h} =$$

$$= 200\, km/h$$

Problema 2

Una bicicleta circula en línea recta a una velocidad de 15km/h durante 45 minutos. ¿Qué distancia recorre?

La velocidad de la bicicleta es

$$v = 15\ \frac{km}{h}$$

El tiempo que dura el movimiento es

$$t = 45\ min$$

Como las unidades de velocidad son kilómetros por hora y el tiempo está en minutos, tenemos que pasar el tiempo t de minutos a horas (dividiendo entre 60):

$$\begin{aligned} t &= 45\ min = \\ &= 45\ min \cdot \frac{1\ h}{60\ min} = \\ &= \frac{3}{4}\ h = 0,75\ h \end{aligned}$$

Calculamos la distancia que recorre la bicicleta:

$$\begin{aligned} d &= v \cdot t \\ d &= 15\ \frac{km}{h} \cdot 0,75\ h = \\ &= 11,25\ km \end{aligned}$$

Si Alberto recorre con su patinete una pista de 300 metros en un minuto, ¿a qué velocidad circula?

La distancia a recorrer durante el movimiento es

$$d = 300\ m$$

Y el tiempo es 1 minuto:

$$t = 1\ min = 60\ s$$

La velocidad a la que circula Alberto es

$$v = \frac{d}{t}$$

$$v = \frac{300\ m}{60\ s} = 5\ m/s$$

Problema 3

¿Cuántos metros recorre una motocicleta en un segundo si circula a una velocidad de 90km/h?

Como tenemos la velocidad en km/h, la pasamos a metros por segundo:

$$v = \frac{90\ km}{1\ h} =$$

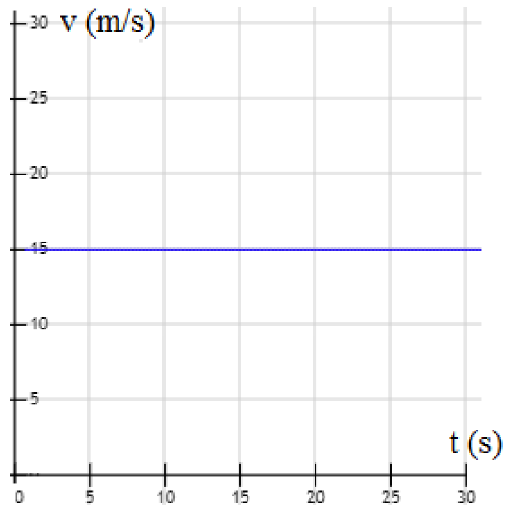
$$= \frac{90\ km \cdot \frac{1.000\ m}{1\ km}}{1\ h \cdot \frac{3.600\ s}{1\ h}} =$$

$$= \frac{90.000\ m}{3.600\ s} = 25\,\frac{m}{s}$$

Como la velocidad de la motocicleta es 25 m/s, recorre 25 metros en un segundo.

Problema 4

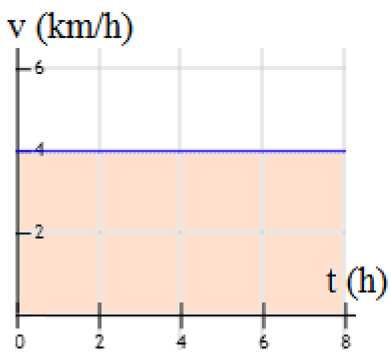
¿A qué velocidad circula el móvil cuya gráfica de velocidad en función del tiempo es la siguiente?



¿Qué distancia recorre el móvil si el movimiento dura 1 minuto?

Problema 5

Un objeto del espacio se mueve en línea recta con velocidad constante y la gráfica de su movimiento es la siguiente:

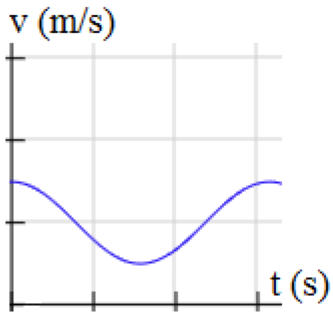


Responde:

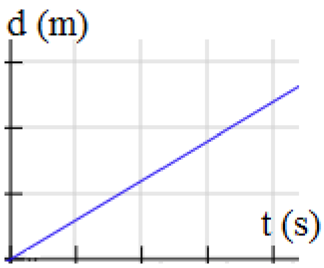
a. ¿cuál es su velocidad?
b. ¿qué distancia recorre en 8 horas?
c. ¿cuál es el área del rectángulo coloreado en naranja?
d. ¿sabrías decir cuál es la relación del área coloreada con el movimiento?

Problema 6

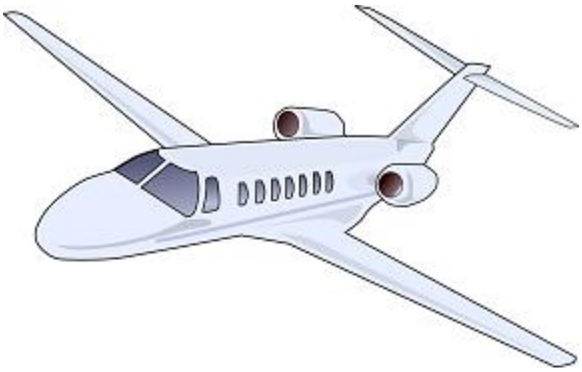
a. ¿La siguiente gráfica puede ser la gráfica de un movimiento rectilíneo uniforme? ¿Por qué?



b. ¿La siguiente gráfica puede ser la gráfica de un movimiento rectilíneo uniforme? ¿Por qué?



Problema 7



Si un avión tarda 2 segundos en recorrer 160 metros, ¿cuál es su velocidad en km/h?

Calculamos la velocidad:

$$v = \frac{d}{t}$$

$$v = \frac{160\ m}{2\ s} =$$

$$= 80\ m/s$$

Pasamos la velocidad a kilómetros por hora:

$$v = \frac{80\ m \cdot \dfrac{1\ km}{1.000\ m}}{1\ s \cdot \dfrac{1\ h}{3.600\ s}} =$$

$$= \frac{80 \cdot 3.600}{1.000}\ \frac{km}{h} =$$

$$= 288\ km/h$$

Problema 9

Sabiendo que la velocidad del sonido es de 343,2 m/s, ¿a cuántos kilómetros de distancia se produce un trueno que tarda 6 segundos en oírse?

Calculamos la distancia:

$$d = v \cdot t\ =$$

$$= 343,2 \frac{m}{s} \cdot 6\ s =$$

$$= 2059,2\ m$$

Pasamos la distancia a kilómetros:

$$d = 2059,2\ m \cdot \frac{1\ km}{1.000\ m} =$$

$$= 2,0592\ km$$

Problema 10

La velocidad de la luz en el vacío es, aproximadamente, c=300.000 km/s. ¿Cuánto tarda en llegar la luz del Sol al planeta Tierra si éstos distan unos 149,6 millones de kilómetros?

La fórmula para calcular el tiempo es

$$t = \frac{d}{v}$$

Sustituimos los datos:

$$t = \frac{149.600.000\ km}{300.000\ \frac{km}{s}} =$$

$$= 498,666\ s =$$

$$= 8,311\ min$$

Por tanto, la luz del Sol tarda unos 8,31 minutos en llegar a la Tierra.

Trabajo Práctico MRU

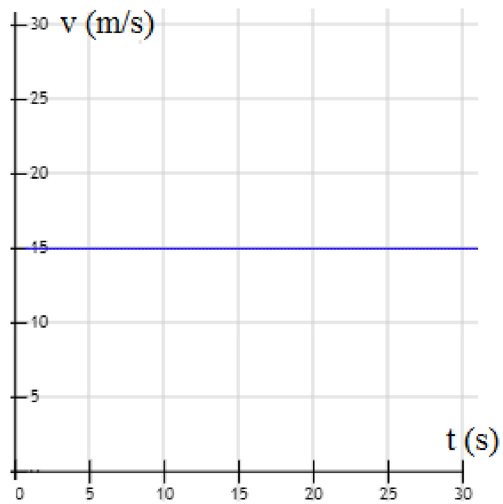
1.- ¿A qué velocidad debe circular un auto de carreras para recorrer 50km en un cuarto de hora?

2.- Una bicicleta circula en línea recta a una velocidad de 15km/h durante 45 minutos. ¿Qué distancia recorre?

3.- Si Alberto recorre con su patinete una pista de 300 metros en un minuto, ¿a qué velocidad circula?

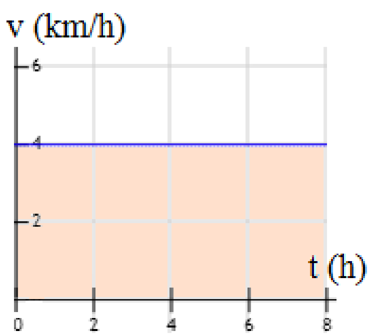
4.- ¿Cuántos metros recorre una motocicleta en un segundo si circula a una velocidad de 90km/h?

5.- ¿A qué velocidad circula el móvil cuya gráfica de velocidad en función del tiempo es la siguiente?



¿Qué distancia recorre el móvil si el movimiento dura 1 minuto?

6.- Un objeto del espacio se mueve en línea recta con velocidad constante y la gráfica de su movimiento es la siguiente:



Responde:

a. ¿cuál es su velocidad?
b. ¿qué distancia recorre en 8 horas?
c. ¿cuál es el área del rectángulo coloreado en naranja?
d. ¿sabrías decir cuál es la relación del área coloreada con el movimiento?

7 º) Reducir las siguientes unidades.

a) 256.380 m/h a km/s =

b)265.000 km/s a m/min =

c) 189,34 m/s a Km/h =

8º) Un ciclista recorre a 55 Km/h una distancia de 62 Km ¿Calcular el tiempo que le llevó recorrerlo? Expresar el resultado en segundos.

9º) Un automóvil tiene una velocidad de 100 km/h. ¿Ctos. km recorrerá en 12,5 h?

10º) Que dice la primera ley de M.R.U.

11º) Qué relación hay entre espacio y tiempo.

12º) Un móvil que en 2 horas recorre 12560 m, se desea averiguar la velocidad del móvil, expresar el resultado en km/h.

13°) Calcular el tiempo que demora la luz del sol en llegar a la tierra, si el sol se encuentra a 150 millones de kilómetro de la tierra?

MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORMEMENTE VARIADO

PROBLEMA 1.- ¿Cuánto tiempo tardará un automóvil en alcanzar una velocidad de 60 km/h, si parte del reposo con una aceleración de 20 km/h^2 ?

Datos:

$v_0 = 0$ $\quad t = ?$ $\quad a = 20\ km/h^2$ $\quad v_f = 60\ km/h$

En la fórmula:

$$\boxed{v_f = v_0 + a\,.t}$$

$$v_f = a\,.t$$

$$60\,\frac{km}{h} = \left(\frac{20\ km}{h^2}\right)(t)$$

$$\left(\frac{20\ km}{h^2}\right)(t) = 60\,\frac{km}{h}$$

$$t = \frac{60\ \frac{km}{h}}{20\ \frac{km}{h^2}}$$

$$t = 3\ \frac{km.h^2}{h\,.km}$$

$$\boxed{t = 3\ h}$$

PROBLEMA 2.- Un móvil parte del reposo con una aceleración de 20 m/s^2 constante. Calcular:

a) ¿Qué velocidad tendrá después de 15 s?.

b) ¿Qué espacio recorrió en esos 15 s?

Datos:

$v_o = 0$ $a = 20\, m/s^2$ $t = 15\, s$ $e = ?$ $v_f = ?$

En la fórmula :

$$\boxed{v_f = v_0 + a\,.t}$$

$$v_f = a\,.t$$

$$v_f = (20\, m/s^2)\,(15\, s)$$

$$v_f = 300\;\; m/s$$

En la fórmula:

$$\boxed{e = v_0.t + \frac{a.t^2}{2}}$$

$$e = \frac{a.t^2}{2}$$

$$e = \frac{(\,20\,\frac{m}{s^2}\,).(15\,s)^2}{2}$$

$$e = \frac{(\,20\,\frac{m}{s^2}\,).(225\,s^2)}{2}$$

$$e = (10\,m)\,(225)$$

$$\boxed{e\; = \;2\,250\,m}$$

PROBLEMA 3.- Un móvil que se desplaza con velocidad constante aplica los frenos durante 25 s y recorre 400 m hasta detenerse. Calcular:

a) La velocidad del móvil antes de aplicar los frenos.

b) La desaceleración que produjeron los frenos.

Datos:

$t = 25\,s$ $e = 400\,m$ $v_f = 0$ $v_0 = ?$ $a = ?$

v_0 v_0 $\boldsymbol{v_f = 0}$

A B $e = 400\,m$ $t = 25\,s$ C

A) En la fórmula:

$$\boxed{v_f = v_0 + a.t \qquad (1)}$$

$$0 = v_0 + a.t$$

$$v_0 + a\,.t = 0$$

$$a\,.t = -v_0$$

$$\boxed{a = \frac{-v_0}{t} \qquad (3)}$$

PROBLEMA 4 .- Un auto parte del reposo, a los 5 s tiene una velocidad de 90 k/h, si su aceleración es constante, calcular:

a) La aceleración
b) El espacio recorrido en los 5 s
c) La velocidad que tendrá en 11 s

Datos:

$v_o = 0 \qquad t = 5\,s$

$$v_f = 90\frac{km}{h} = \left(\frac{90\ km}{h}\right)\left(\frac{1000\ m}{1\ km}\right)\left(\frac{1\ h}{3600\ s}\right) = \frac{(90)(1000\ m)}{3600\ s} = \frac{900\ m}{36\ s} = 25\ m/s$$

$v_o = 0 \qquad t = 5\,s \qquad e = ? \qquad a = ? \qquad v_f = 25\ m/s$

$v_o = 0 \qquad t = 11\,s \qquad e = ? \qquad a = ? \qquad v_f = ?$

PROBLEMA 5 .- Un auto parte del reposo y tarda 10 s en recorrer 20 m. ¿Qué tiempo necesitará para alcanzar 40 km/h?

Datos:

$v_o = 0 \qquad t = 10\,s \qquad e = 20\ m \qquad a = ?$

$v_o = 0 \qquad a = ? \qquad v_f = 40\ km/h$

$$\boxed{e = v_0 . t + \frac{a.t^2}{2}}$$

$$e = \frac{a.t^2}{2}$$

$$2.e = a.t^2$$

$$a.t^2 = 2.e$$

$$a = \frac{2.e}{t^2}$$

$$a = \frac{2(20\ m)}{(10\ s)^2}$$

$$a = \frac{40\ m}{100\ s^2}$$

$$\boxed{a = 0{,}4\ m/s^2}$$

PROBLEMA 6.- Un móvil se desplaza con MUV partiendo del reposo con una aceleración de 51840 km/h^2, calcular:

a) ¿Qué velocidad tendrá a los 10 s?

b) ¿qué distancia habrá recorrido a los 32 s de la partida?

$Datos$:

$$a = 51840\frac{km}{h^2} = \left(\frac{51840\ km}{h^2}\right)\left(\frac{1000\ m}{1\ km}\right)\left(\frac{1\ h}{3600\ s}\right)^2 = \frac{(51840000\ m)(h^2)}{(3600)(3600)h^2.\ s^2} =$$

$$a = \frac{5184\ m}{(36)(36)s^2} = \frac{5184}{1296}\frac{m}{s^2}$$

$$\boxed{a = 4\ m/s^2}$$

$v_o = 0$ $\quad a = 4\ m/s^2$ $\quad t = 10\ s$ $\quad v_f = ?$

$v_o = 0$ $\quad a = 4\ m/s^2$ $\quad t = 32\ s$ $\quad e = ?$

MATEMÁTICA

La matemática es fundamental en la formación y crecimiento de cualquier estudiante de nivel superior. Comprender el avance de la tecnología y los nuevos conocimientos requieren una formación matemática adecuada. Por ello es esencial brindar a los alumnos los conceptos y elementos básicos a fin de que obtengan una herramienta útil para resolver diferentes problemas de su ámbito profesional y una mejor comprensión de los temas en asignaturas específicas de grado superior.

Están presentes prácticamente en la totalidad de nuestros actos y en la producción y el funcionamiento de casi todos los objetos que nos rodean, son asombrosas, interesantes y útiles; accesibles a todos; juegan un papel preponderante en la vida diaria, y tienen mucha importancia en nuestra cultura, desarrollo y progreso.

Se propone desarrollar las siguientes capacidades:

Desarrollar capacidad de análisis y razonamiento crítico. Manejar con cierta precisión y claridad el lenguaje matemático. Desarrollar la iniciativa y la capacidad creadora.
Aplicar las nociones adquiridas a la resolución de diversos tipos de problemas físicos.

Continuar desarrollando su sentido crítico, su capacidad de iniciativa y su capacidad creativa.

Reconocer la importancia de la asignatura como base de estudio de otras disciplinas de la carrera.

Desarrollar una actitud responsable y autónoma frente al material de estudio y las actividades propuestas que le permitan al alumno lograr el aprendizaje significativo y cooperar con el aprendizaje de sus pares.

Números Reales

“Los diferentes tipos de números reales fueron inventados para satisfacer necesidades específicas. Por ejemplo, los números naturales se necesitan para contar, los números negativos para describir una deuda o temperaturas bajo cero, los números racionales para conceptos como “medio litro de leche,” y números irracionales para medir ciertas magnitudes, como la diagonal de un cuadrado.”

Repasemos los tipos de números que conforman el sistema de números reales.

Empecemos con los números naturales:

1, 2, 3, 4, . . .

Los enteros constan de los números naturales junto con sus negativos y 0:

. . ., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, . . .

Construimos los números racionales al tomar razones de enteros.

Entonces, cualquier número racional (r) puede expresarse como:

$$\square = \frac{\square}{\square}$$

Donde *m* y *n* son enteros y *n* = 0. Como ejemplos, tenemos:

$$\frac{1}{2}, -\frac{3}{7}, 46 = \frac{46}{1}, 0{,}17 = \frac{17}{100}$$

(Recuerde que una división entre 0 siempre se excluye, de modo que expresiones como (3/0) ó (0/0) no están definidas). También hay números reales, tales como √2, que no se pueden expresar como una razón entre enteros y por tanto se denominan números

irracionales. Se puede demostrar, con diferentes grados de dificultad, que estos números también son irracionales:

$$\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt[3]{2}, \pi, \frac{3}{\pi^2}$$

Por lo general el conjunto de todos los números reales se denota con el símbolo. Cuando usamos la palabra *número* sin más detalle, queremos decir “número real”. La Figura 1 es un diagrama de los tipos de números reales con los que trabajamos en este espacio curricular.

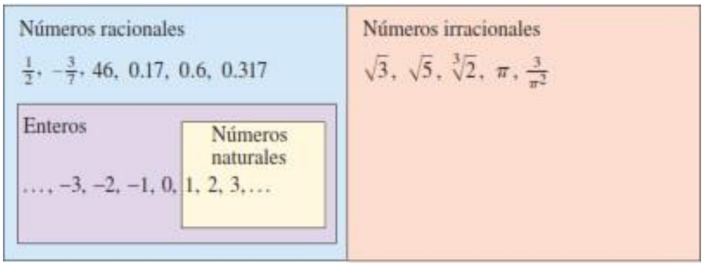


Figura 1: El sistema de números reales

Todo número real tiene una representación decimal. Si el número es racional, entonces su correspondiente decimal es periódico.

$$\frac{1}{2} = 0{,}5$$

$$\frac{2}{3} = 0{,}666\ldots = 0{,}\overline{6}$$

$$\frac{157}{495} = 0{,}3171717\ldots = 0{,}3\overline{17}$$

(El arco indica que la sucesión de dígitos se repite por siempre). Si el número es irracional, la representación decimal no es periódica.

$$\sqrt{2} = 1{,}414213562373095\ldots$$

$\pi = 3{,}141592653589793\ldots$

Si detenemos la expansión decimal de cualquier número en cierto lugar, obtenemos una aproximación al número. Por ejemplo, podemos escribir $\pi \cong 3{,}1416$

donde el símbolo ˜ se lee "es aproximadamente igual a". Cuantos más lugares decimales retengamos, mejor es nuestra aproximación.

Propiedades de los números reales

Todos sabemos que:

2 + 3 = 3 + 2, 5 + 7 = 7 + 5 y 513 + 87 = 87 + 513, etc.

En álgebra, expresamos todos estos hechos (un infinito de

ellos) si escribimos: a + b = b + a

donde *a* y *b* son dos números cualquiera. En otras palabras, "*a* + *b* = *b* + *a*" es una forma concisa de decir que "cuando sumamos dos números, el orden de adición no importa". Este hecho se conoce como *Propiedad Conmutativa* de la adición. De nuestra experiencia con números sabemos que las siguientes propiedades también son válidas.

PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS REALES

Propiedades	Ejemplo	Descripción
Conmutativas		
$a + b = b + a$	$7 + 3 = 3 + 7$	Cuando sumamos dos números, el orden no importa.
$ab = ba$	$3 \cdot 5 = 5 \cdot 3$	Cuando multiplicamos dos números, el orden no importa.
Asociativas		
$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(2 + 4) + 7 = 2 + (4 + 7)$	Cuando sumamos tres números, no importa cuáles dos de ellos sumamos primero.
$(ab)c = a(bc)$	$(3 \cdot 7) \cdot 5 = 3 \cdot (7 \cdot 5)$	Cuando multiplicamos tres números, no importa cuáles dos de ellos multiplicamos primero.
Distributivas		
$a(b + c) = ab + ac$ $(b + c)a = ab + ac$	$2 \cdot (3 + 5) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$ $(3 + 5) \cdot 2 = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$	Cuando multiplicamos un número por una suma de dos números, obtenemos el mismo resultado si multiplicamos el número por cada uno de los términos y luego sumamos los resultados.

La Propiedad Distributiva es de importancia crítica porque describe la forma en que la adición y la multiplicación interactúan una con otra. Esta propiedad aplica siempre que multiplicamos un número por una suma.

(5x + 1).3 =

Operaciones con números reales: Adición y sustracción

El número (0) es especial para la adición; recibe el nombre de identidad aditiva porque (*a + 0 = a)* para cualquier número real (*a*). Todo número real (*a)* tiene un negativo, (-*a)*, que satisface [*a* + (-*a*) = 0]. La sustracción es la operación que deshace a la adición; para sustraer un número de otro, simplemente sumamos el negativo de ese número. Por definición:

$$a - b = a + (-b)$$

Para combinar números reales con números negativos, usamos las siguientes propiedades:

PROPIEDADES DE NEGATIVOS

Propiedad	Ejemplo
1. $(-1)a = -a$	$(-1)5 = -5$
2. $-(-a) = a$	$-(-5) = 5$
3. $(-a)b = a(-b) = -(ab)$	$(-5)7 = 5(-7) = -(5 \cdot 7)$
4. $(-a)(-b) = ab$	$(-4)(-3) = 4 \cdot 3$
5. $-(a + b) = -a - b$	$-(3 + 5) = -3 - 5$
6. $-(a - b) = b - a$	$-(5 - 8) = 8 - 5$

"No suponga que (–*a)* es un número negativo. Que (–*a)* sea negativo o positivo depende del valor de (*a)*. Por ejemplo, si (*a* = 5), entonces (-*a* = -5), un número negativo, pero si (*a* = -5), entonces [-*a* = -(-5) = 5 (Propiedad 2), un número positivo."

La Propiedad 6 expresa el hecho intuitivo de que (*a – b)* y (*b – a)* son negativos entre sí.

La Propiedad 5 se usa a veces con más de dos términos:

$$-(a + b + c) = -a - b - c$$

– – 5 (2 – 4) = 2

<u>Operaciones con números reales: Multiplicación y división</u>

El número (1) es especial para la multiplicación; recibe el nombre de identidad multiplicativa porque (*a . 1 = a)* para cualquier número real *a*. Todo número real (*a)* diferente de cero tiene un recíproco, (1/*a)*, que satisface [*a* .(1/*a* = 1]. La división es la operación que deshace la multiplicación; para dividir entre un número, multiplicamos por el recíproco de ese número. Si (*b)* es un número distinto de (0), entonces, por definición:

$$\frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$$

Escribimos [*a* . (1/*b*)] simplemente como (*a*/*b)*. Nos referimos a (*a*/*b)* como el cociente entre (*a)* y (*b)* o como la fracción de (*a)* sobre (*b*); (*a)* es el numerador y (*b)* es el denominador (o divisor). Para combinar números reales usando la operación de división, usamos las siguientes propiedades:

PROPIEDADES DE LAS FRACCIONES

Propiedad	Ejemplo	Descripción
1. $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$	$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$	Para **multiplicar fracciones**, multiplique numeradores y denominadores.
2. $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$	$\frac{2}{3} \div \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{14}{15}$	Para **dividir fracciones**, multiplique por el recíproco del divisor.
3. $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a + b}{c}$	$\frac{2}{5} + \frac{7}{5} = \frac{2 + 7}{5} = \frac{9}{5}$	Para **sumar fracciones** con el mismo denominador, **sume los numeradores**.
4. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$	$\frac{2}{5} + \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 7 + 3 \cdot 5}{35} = \frac{29}{35}$	Para **sumar fracciones** con **denominadores diferentes**, encuentre un común denominador y a continuación sume los numeradores.
5. $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$	$\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{2}{3}$	**Cancele** números que sean **factores comunes** en numerador y denominador.
6. Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, entonces $ad = bc$	$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$, así que $2 \cdot 9 = 3 \cdot 6$	**Multiplicación cruzada**.

Para sumar fracciones con denominadores diferentes, por lo general no usamos la Propiedad 4. En cambio, reescribimos las fracciones de modo que tengan el mínimo denominador común que sea posible (a veces menor que el producto de los denominadores), y luego usamos la Propiedad 3. Este denominador es el Mínimo Común Denominador (MCD).

“Recibe el nombre de Mínimo Común Denominador (MCD) de dos o más fracciones el número que resulta de calcular el [mínimo común múltiplo]() (mcm) de los denominadores de esas mismas [fracciones](), generalmente con el objetivo de obtener otras dos (o más) fracciones de igual denominador y respectivamente equivalentes a las fracciones iniciales, dado que solo se pueden sumar o restar fracciones que tengan el mismo denominador.”

Intente hacer el siguiente ejercicio, combinando distintas operaciones entre fracciones:

5

11

2

3 + 14

21 3 + 7

7 49

La recta real

Los números reales pueden ser representados por puntos sobre una recta, como se muestra en la Figura 3. La dirección positiva (hacia la derecha) está indicada por una fl echa. Escogemos un punto de referencia arbitrario (*O)*, llamado el origen, que corresponde al número real (0). Dada cualquier unidad de medida conveniente, cada número positivo (*x)* está representado por el punto sobre la recta a una distancia de (*x)* unidades a la derecha del origen, y cada número negativo (–*x)* está representado por el punto a (*x)* unidades a la izquierda del origen. El número asociado con el punto (*P)* se llama coordenada de (*P)* y la recta se llama recta coordenada, o recta de los números reales, o simplemente recta real.

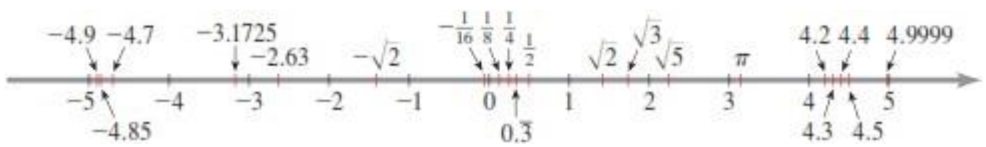


Figura 3: La recta real

Los números reales son *ordenados*. Decimos que a es menor que by escribimos ($a <$ b) si ($b - a$) es un número positivo. Geométricamente, esto significa que (a) está a la izquierda de (b) en la recta numérica, o bien, lo que es lo mismo, podemos decir que (b) es mayor que (a) y escribimos ($b>a$). El símbolo ($a<= b$) o ($b > = a$) quiere decir que ($a<b$) o que ($a = b$) y se lee “a es menor o igual a b”.

Conjuntos e intervalos

Un conjunto es una colección de objetos, y estos objetos se llaman elementos del conjunto. Si (S) es un conjunto, la notación ($a\in S$) significa que (a) es un elemento de (S), y ($b\notin S$) quiere decir que (b) no es un elemento de (S). Por ejemplo, si (Z) representa el conjunto de enteros, entonces ($-3 \in Z$) pero (Pi $\notin Z$).

Algunos conjuntos pueden describirse si se colocan sus elementos dentro de llaves. Por ejemplo, el conjunto (A) que está formado por todos los enteros positivos menores que (7) se puede escribir como: $A= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

También podríamos escribir A en notación constructiva de conjuntos como $A= \{x/x$ es un entero y $0 <x< 6\}$ que se lee “A es el conjunto de todas las x tales que x es un entero y ($0 <x< 7$)”. Si (S) y (T) son conjuntos, entonces su unión ($S\cup T$) es el conjunto formado por todos los elementos que están en (S)o (T) (o en ambos). La intersección de (S) y (T) es el conjunto (□∩ □)formado por todos los elementos que están en (S) *y* (T). En otras palabras, (□∩ □)es la parte común de (S) y (T). El conjunto vacío, denotado por Ø, es el conjunto que no contiene elementos.

Encuentre la unión y la intersección entre los conjuntos (A) y (B), sabiendo que: A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} y B = {2, 4, 6, 8}

Ciertos conjuntos de números reales, llamados intervalos, se presentan con frecuencia en cálculo y corresponden geométricamente a segmentos de recta. Si (*a* <*b)*, entonces el intervalo abierto de (*a)* a (*b)* está formado por todos los números entre (*a)* y (*b)* y se denota con (*a*, *b)*. El intervalo cerrado de (*a)* a (*b)* incluye los puntos extremos y se denota con [*a*, *b]*. Usando la notación constructiva de conjuntos, podemos escribir:

$$(a, b) = \{x | a < x < b\}$$

$$[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$$

Nótese que los paréntesis () en la notación de intervalo y círculos abiertos en la gráfica indican que los puntos extremos están *excluidos* del intervalo, mientras que los corchetes o paréntesis rectangulares [] y los círculos sólidos indican que los puntos extremos están *incluidos*. Los intervalos también pueden incluir un punto extremo pero no el otro, o pueden extenderse hasta el infinito en una dirección o en ambas. La tabla siguiente es una lista de posibles tipos de intervalos:

Notación	Descripción de conjunto	Gráfica
(a, b)	$\{x \mid a < x < b\}$	
$[a, b]$	$\{x \mid a \leq x \leq b\}$	
$[a, b)$	$\{x \mid a \leq x < b\}$	
$(a, b]$	$\{x \mid a < x \leq b\}$	
(a, ∞)	$\{x \mid a < x\}$	
$[a, \infty)$	$\{x \mid a \leq x\}$	
$(-\infty, b)$	$\{x \mid x < b\}$	
$(-\infty, b]$	$\{x \mid x \leq b\}$	
$(-\infty, \infty)$	$\mathbb{R}$ (conjunto de todos los números reales)	

Realiza el siguiente ejercicio:

Exprese el intervalo (-3,0) en términos de desigualdades y, a continuación, grafique. Define y grafica el conjunto (-2,0) U (-1,1)

Valor absoluto y distancia

El valor absoluto de un número (*a)*, denotado por $|a|$, es la distancia de (*a)* a (0) en la recta de números reales (vea Figura 9). La distancia es siempre positiva o cero, de modo que tenemos $|a| \geq 0$ para todo número (*a*). Recordando que (-*a)* es positivo cuando (*a)* es negativo, tenemos la siguiente definición:

DEFINICIÓN DE VALOR ABSOLUTO

Si a es un número real, entonces el **valor absoluto** de a es

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

Evaluación de valores absolutos de números:

$$|3| = 3$$

$$|-3| = -(-3) = 3$$

$$|0| = 0$$

$|3 - \pi| = -(3 - \pi) = -3 + \pi = \pi - 3$Porque (3 < Pi), entonces [(3 – Pi) < 0]

Resuelve el siguiente ejercicio:

Evalúe la expresión $|100| =$

Cuando trabajamos con valores absolutos, utilizamos las siguientes propiedades:

PROPIEDADES DEL VALOR ABSOLUTO

Propiedad	Ejemplo	Descripción
1. $\lvert a \rvert \geq 0$	$\lvert -3 \rvert = 3 \geq 0$	El valor absoluto de un número siempre es positivo o cero.
2. $\lvert a \rvert = \lvert -a \rvert$	$\lvert 5 \rvert = \lvert -5 \rvert$	Un número y su negativo tienen el mismo valor absoluto.
3. $\lvert ab \rvert = \lvert a \rvert \lvert b \rvert$	$\lvert -2 \cdot 5 \rvert = \lvert -2 \rvert \lvert 5 \rvert$	El valor absoluto de un producto es el producto de los valores absolutos.
4. $\left\lvert \frac{a}{b} \right\rvert = \frac{\lvert a \rvert}{\lvert b \rvert}$	$\left\lvert \frac{12}{-3} \right\rvert = \frac{\lvert 12 \rvert}{\lvert -3 \rvert}$	El valor absoluto de un cociente es el cociente de los valores absolutos.

¿Cuál es la distancia sobre la recta real entre los números (-2) y (11)? De la Figura 10 vemos que la distancia es (13). Llegamos a esto si encontramos ya sea $|11-(-2)| = 13$ o $|(-2)-11| = 13$. De esta observación hacemos la siguiente definición (vea Figura 11).

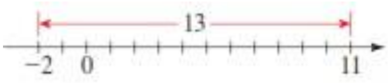


FIGURA 10

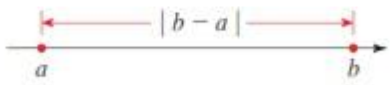


FIGURA 11 La longitud de un segmento de recta es $|b-a|$

DISTANCIA ENTRE PUNTOS SOBRE LA RECTA REAL

Si a y b son números reales, entonces la **distancia** entre los puntos a y b sobre la recta real es

$$d(a, b) = |b - a|$$

De la Propiedad 6 de negativos se deduce que:

$$|b - a| = |a - b|$$

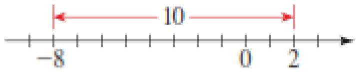
Esto confirma que, como es de esperarse, la distancia de (*a*) a (*b*) es la misma distancia de (*b*) a (*a*).

Distancia entre puntos en la recta real:

La distancia entre los números (-8) y (2) es:

$$(\square, \square) = |-8 - 2| = |-10| = 10$$

Podemos comprobar geométricamente este cálculo, como se ve en la Figura:



Realiza el siguiente ejercicio:

Encuentre la distancia entre los números (2) y (17). Compruebe geométricamente.

Exponentes y radicales

En esta sección damos Compruebe geométricamente a expresiones como ( ) en las que el exponente (*m*/*n)* es un número racional. Para hacer esto, necesitamos recordar algunos datos acerca de exponentes enteros, radicales y raíces (*n)*.

Exponentes enteros (negativos y positivos)

Normalmente, un producto de números idénticos se escribe en notación exponencial. Por ejemplo, (5. 5. 5) se escribe como (5^3). En general, tenemos la siguiente definición:

NOTACIÓN EXPONENCIAL

Si a es cualquier número real y n es un entero positivo, entonces la ***n*-ésima potencia** de a es

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{n \text{ factores}}$$

El número a se denomina **base**, y n se denomina **exponente**.

Intente hacer el siguiente ejercicio:

$$-3^2 =$$

Podemos expresar varias reglas útiles para trabajar con notación exponencial.

Para descubrir la regla para multiplicación, multiplicamos $(5^4 . 5^2)$

$$(5^4 . 5^2) = (5.5.5.5).(5.5) = 5.5.5.5.5.5 = 5^6 = 5^{4+2}$$

Es evidente que, *para multiplicar dos potencias de la misma base, sumamos sus exponentes.* En general, para cualquier número real (*a)* y cualesquier enteros positivos

(*m)* y (*n*), tenemos:

$$(a^m . a^n) = a^{m+n}$$

EXPONENTES CERO Y NEGATIVOS

Si $a \neq 0$ es cualquier número real y n es un entero positivo, entonces

$$a^0 = 1 \qquad \text{y} \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Realice el siguiente ejercicio:

$$\left(-\frac{5}{3}\right)^{0} . (2)^{-1} =$$

Reglas para trabajar con exponentes

La familiaridad con las reglas siguientes es esencial para nuestro trabajo con exponentes y bases. En la tabla las bases *(a)* y *(b)* son números reales, y los exponentes

(m) y *(n)* son enteros.

LEYES DE EXPONENTES

Ley	Ejemplo	Descripción
1. $a^m a^n = a^{m+n}$	$3^2 \cdot 3^5 = 3^{2+5} = 3^7$	Para multiplicar dos potencias del mismo número, sume los exponentes.
2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2} = 3^3$	Para dividir dos potencias del mismo número, reste los exponentes.
3. $(a^m)^n = a^{mn}$	$(3^2)^5 = 3^{2 \cdot 5} = 3^{10}$	Para elevar una potencia a una nueva potencia, multiplique los exponentes.
4. $(ab)^n = a^n b^n$	$(3 \cdot 4)^2 = 3^2 \cdot 4^2$	Para elevar un producto a una potencia, eleve cada uno de los factores a la potencia.
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2}$	Para elevar un cociente a una potencia, eleve el numerador y el denominador a la potencia.

Realice los siguientes ejercicios:

$$\square^{8} . \square^{2} =$$

$$\frac{\square^{10} . \square^{0}}{\square^{7}} =$$

$$(\square^{2} . \square^{4})^{3} =$$

Simplificación de expresiones con exponentes

Simplifique la expresión y elimine cualquier exponente negativo

$$(5\square^{2}\square^{3}) . (3\square^{2}\square^{5})^{4} =$$

$$\left(\frac{\square^{2}}{\square}\right)^{5} . \left(\frac{\square^{3}\square^{2}}{3}\right)^{3} =$$

Cuando simplifique una expresión, encontrará que muchos métodos diferentes llevarán al mismo resultado; siéntase libre de usar cualquiera de las reglas de exponentes para llegar a su propio método. A continuación, damos dos leyes adicionales que son útiles en la simplificación de expresiones con exponentes negativos.

LEYES DE EXPONENTES

Ley	Ejemplo	Descripción
6. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^{2}$	Para elevar una fracción a una potencia negativa, invierta la fracción y cambie el signo del exponente.
7. $\frac{a^{-n}}{b^{-m}} = \frac{b^{m}}{a^{n}}$	$\frac{3^{-2}}{4^{-5}} = \frac{4^{5}}{3^{2}}$	Para pasar un número elevado a una potencia del numerador al denominador o del denominador al numerador, cambie el signo del exponente.

$$\frac{8\square^{3}\square^{-4}}{2\square^{-5}\square^{5}}$$

Notación científica

Los científicos usan notación exponencial como una forma compacta de escribir números muy grandes y números muy pequeños. Por ejemplo, la estrella más cercana además del Sol, Próxima Centauri, está aproximadamente a (40.000.000.000.000 km) de distancia. La masa del átomo de hidrógeno es alrededor de (0,00000000000000000000000166 g). Estos números son difíciles de leer y escribir, de modo que los científicos por lo general los expresan en *notación científica*.

NOTACIÓN CIENTÍFICA

Se dice que un número positivo x está escrito en **notación científica** si está expresado como sigue:

$$x = a \times 10^n \qquad \text{donde } 1 \leq a < 10 \text{ y } n \text{ es un entero}$$

Intente hacer los siguientes ejercicios:

69.300.000 =

0,0001213 =

$$3,19 \cdot 10^{5} =$$

$$9,999 \cdot 10^{-9} =$$

Cálculo con notación científica:

Intente hacer los siguientes ejercicios:

$$(7{,}2 \cdot 10^{-9}) \cdot (1{,}806 \cdot 10^{-12}) =$$

$$\left(\frac{1{,}295643 \cdot 10^{9}}{3{,}610 \cdot 10^{-17} \cdot 2{,}511 \cdot 10^{6}} \right) =$$

Radicales

Sabemos lo que (2^n) significa siempre que (*n)* sea un entero. Para dar significado a una potencia, por ejemplo ($2^{4/5}$) , cuyo exponente es un número racional, necesitamos estudiar radicales. El símbolo($\sqrt{\ }$) significa "la raíz positiva de". Entonces:

$$\sqrt{a} = b \quad \text{significa que} \quad b^2 = a \quad \text{y} \quad b \geq 0$$

Como ($a = b^2 \geq 0$), el símbolo ($\sqrt{a}$) tiene solo sentido cuando ($a \geq 0$). Por ejemplo:

$$\sqrt{9} = 3, \textit{ porque } 3^2 = 9 \text{ y } 3 \geq 0$$

Las raíces cuadradas son casos especiales de las raíces (*n)*. La raíz (*n)* de (*x)* es el número que, cuando se eleva a la (*n)* potencia, dará (*x)*.

DEFINICIÓN DE UNA RAÍZ *n*

Si n es cualquier entero positivo, entonces la **raíz *n* principal** de a se define como sigue:

$$\sqrt[n]{a} = b \qquad \text{significa que } b^n = a$$

Si n es par, debemos tener $a \geq 0$ y $b \geq 0$.

Por lo tanto:

$\sqrt[4]{81} = 3$, porque $3^4 = 81$ y $3 \geq 0$

$\sqrt[3]{-8} = -2$, p $(-2)^3 = -8$

Pero $(\sqrt{-8})$, $(\sqrt[4]{-8})(\sqrt[6]{-8})$, no están definidas. (Por ejemplo, $(\sqrt{-8})$ no está definida porque el cuadrado de todo número real es no negativo.).

Nótese que:

$$\sqrt{4^2} = \sqrt{16} = 4, \text{ pero } \sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4 = |-4|$$

Entonces la ecuación $\sqrt{a^2} = a$ no siempre es verdadera; lo es sólo cuando ($a = 0$). No obstante, siempre podemos escribir $\sqrt{a^2} = |a|$. Esta última ecuación es verdadera no sólo para raíces cuadradas, sino para cualquier raíz par. Ésta y otras reglas empleadas para trabajar con raíces (*n*) se citan en el recuadro siguiente. En cada propiedad suponemos que existen todas las raíces dadas.

PROPIEDADES DE RAÍCES *n*

Propiedad	Ejemplo
1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$	$\sqrt[3]{-8 \cdot 27} = \sqrt[3]{-8}\sqrt[3]{27} = (-2)(3) = -6$
2. $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	$\sqrt[4]{\dfrac{16}{81}} = \dfrac{\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{81}} = \dfrac{2}{3}$
3. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$	$\sqrt{\sqrt[3]{729}} = \sqrt[6]{729} = 3$
4. $\sqrt[n]{a^n} = a$ si n es impar	$\sqrt[3]{(-5)^3} = -5$, $\sqrt[5]{2^5} = 2$
5. $\sqrt[n]{a^n} = \lvert a \rvert$ si n es par	$\sqrt[4]{(-3)^4} = \lvert -3 \rvert = 3$

Intente hacer los siguientes ejercicios:

$\sqrt[4]{16\square^{8}} =$

$\sqrt[6]{64\square^{6}\square^{7}} =$

Operaciones con radicales: suma y resta

“La suma y resta entre radicales solo se puede hacer cuando los términos son semejantes”. Por ejemplo:

$2\sqrt{3}+5\sqrt{3}=\sqrt{3}.(2+5)=7\sqrt{3}$, si los términos no fuesen semejantes:

$\sqrt{2}+3\sqrt{3}+5\sqrt{7}$, no se puede realizar la suma y el resultado es como está planteado el ejercicio.

En ocasiones, los términos no son semejantes a primera vista, pero haciendo una descomposición en sus factores primos, se pueden llegar a establecer términos semejantes.

Intente hacer los siguientes ejercicios:

$$\sqrt{32}+\sqrt{18}=$$

$$\sqrt{16\square}+\sqrt{\square^5}=$$

“EVITE EL SIGUIENTE ERROR:

$\sqrt{\square+\square}=\sqrt{\square}+\sqrt{\square}$

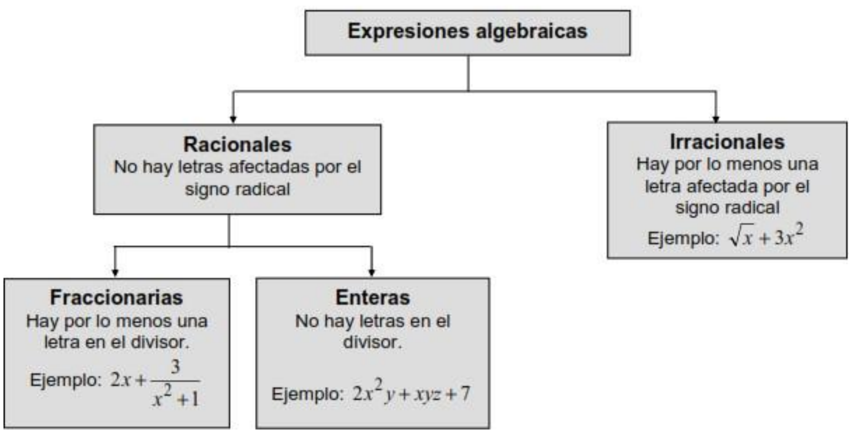
LA RADICACIÓN NO ES DISTRIBUTIVA RESPECTO A LA SUMA.”

Ejemplo:

$\sqrt{9+16}\neq\sqrt{9}+\sqrt{16}=3+4=7$ ERROR¡¡¡

$\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$ CORRECTO¡¡¡

Clasificación de las expresiones algebraicas



A practicar, reflexionar y resolver

Situaciones para reflexionar y responder

Indica en cada ítem, con una **X,** el/los casillero/s que tiene la información correcta

1) Laura y Raquel deciden comprar unos materiales y pagar, cada una, la mitad del total. Laura compró 2 pomos de pintura y pagó $150. Raquel compró una caja y pagó $100. ¿Cuánto dinero le debe Raquel a Laura?

$ 200	$ 125	$ 50	$ 25

2) En un cajón hay 7.200 palitos de helado. De allí se sacan 1.800. A los palitos que quedan en el cajón se los separa en paquetes de 12. ¿Cuántos paquetes de palitos se armaron?

5.400	600	450	150

3) En Mercurio las cosas pesan 4 veces menos que en la Tierra. Si un objeto pesa 30 kg en Mercurio. ¿Cuánto pesará en La Tierra?

26 kg	26 kg	7,5 kg	34 kg

4) La siguiente situación: *La maestra de séptimo entregó 30 números de rifa a cada uno de sus 15 alumnos. ¿Cuántos números de rifa entregó?*

Se resuelve por medio de una

suma	resta	multiplicación	división

5) En una empresa con 110 empleados se produce el siguiente movimiento: 40 incorporaciones, 20 despidos y 2 renuncias. Para saber el número actual de empleados se debe resolver

110-40-(20-2)	110+40+(20-2)	110+40-20-2	110+40-20+2

6) En una biblioteca hay tres salas para leer. Cada sala tiene cinco estanterías. En cada estantería hay 350 libros y los empleados son dos por sala. ¿Qué cantidad de libros hay en la biblioteca?

5.250	3.500	1.750	360

7) La siguiente situación: *El peso de un elefante chico es de 225 kgy el de una ballena es 89 veces el peso de un elefante chico. ¿Cuánto pesa la ballena?*

Se resuelve con

suma y resta	resta y división	multiplicación	división

8) La siguiente situación: *Julio Verne nació en 1828. Ecribió el libro “De la Tierra a la Luna” en 1865 y murió en 1905. ¿A qué edad escribió este libro Julio Verne?*

Se resuelve así

1828 + 1865	1905 - 1828	1865 - 1828	1828 + 1865 + 1905

9) La siguiente situación: *Un vendedor cobra $ 18.000 por mes de sueldo fijo y además $ 150 por cada artículo vendido. Si en marzo vendió 9 artículos. ¿Cuánto le corresponde ganar este mes?*

Se resuelve con

18.000x(9+150)	(18000+9)x150	(18000+150)x9	18000+(150x9)

10) La siguiente situación: *En un lote se construyeron 16 casas, cada casa tiene dos pisos y cada piso 5 ventanas. ¿Cuántas ventanas se colocaron en esta construcción?*
Se resuelve con

16 + 2 + 5	16 x 2 x 5	16 + 2 x 5	16 x (2 + 5)

11) La siguiente situación: *Curiosamente un rosal tiene 15 ramas, cada rama tiene 27 rosas y cada rosa tiene 24 pétalos. ¿Cuátos pétalos tiene este rosal*?

Se puede resolver con

Una suma y una multiplicación	Dos sumas	Dos multiplicaciones	Una multiplicación y una división

12) La siguiente situación: *Un barrio es recorrido por un micro directo que sale de la terminal con 35 pasajeros En la escuela hace la primera parada en donde bajan 5 y suben 7 pasajeros, en el mercadito hace la segunda parada, allí bajan 10 y suben 2 pasajeros*. *¿Qué cantidad de pasajeros lleva al llegar a la tercera parada?*

Se puede resolver con

35-5+7-10+2	35+7+2-(5+10)	35-5-7-10-2	35-(5+10)+(7+2)

13) Belén ata ramos de 6 flores con cinta de 2 cm de ancho. Para armar 10 de estos ramos iguales, ¿cuántas flores necesita?

12 flores	16 flores	18 flores	60 flores

14) *María tenía unos caramelos para repartir entre 4 niños. Primero les dio 32 y luego 16 caramelos y se le acabaron*. Para saber cuántos caramelos tenía tenemos que

dividir	sumar	restar	sumar y dividir

15) La siguiente situación: *Julio tiene 35 años y le lleva 8 años a Felipe. ¿Cuántos años tiene Felipe?* Se puede resolver con			
suma	resta	división	inguna de las anteriores

16) La siguiente situación: *Eliana y Valeria tienen, cada una, un álbum de 230 figuritas. Eliana ha pegado 135 figuritas y Valeria solo 98. ¿Cuántas figuritas más pegó Eliana que Valeria?* Se puede resolver con			
suma	resta	división	suma y resta

17) La siguiente situación: *Los hijos de Patricia toman siempre 10 litros de leche por semana.* Para saber cuántos litros toman en 4 semanas podemos			
dividir	restar	multiplicar	sumar o multiplicar

18) La siguiente situación: *Un grupo de seis amigos juntó $ 2100 para una salida, si todos pusieron la misma cantidad de dinero. ¿Cuánto puso cada uno?* Se puede resolver con			
suma	resta	división	combinando

19)En un grado de la escuela han instalado una biblioteca con 13 libros. Cada semana reciben 10 libros nuevos. ¿Cuántos libros tendrán cuando pasen solo 3 semanas?			
23	30	43	39

20)La escuela compró 30 botellas de jugo de 2 litros cada una. Hay 5 botellas en cada caja. ¿Cuántas cajas compró?			
12 cajas	6 cajas	3 cajas	No se sabe

21) Don Julián hizo un alambrado en tres etapas, primero 43,18 m, en la segunda colocó 45,58 m y ennla tercera 47,88 m. ¿Cuántos metros aumentó en cada etapa de trabajo?			
2 m	2,3 m	23 m	136,74 m

22) En la plaza de un barrio, ½ de los árboles son ceibos, ¼ son palos borrachos, 1/12 son araucarias y 1/6 son eucaliptus. ¿De qué tipo de árbol hay mayor cantidad?			
Araucarias	Palos borrachos	Eucaliptus	Ceibos

23) La suma de $\frac{1}{2} + \frac{3}{5}$ es:			
$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{11}{10}$	$\frac{5}{6}$

24) La suma de $\frac{1}{3} + \frac{4}{7}$ es:			
$\frac{5}{10}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{19}{21}$

25) Un artículo que se vende en cuotas a $ 450 y en efectivo a $ 360. ¿Qué porcentaje de descuento tiene por pago al contado?			
9 %	36 %	20 %	80 %

26) En una empresa de lácteos recolectan 880 litros de leche por día. Si separan el 20 % por día para hacer quesos, ¿cuántos litros se destinan a los quesos?			
20 litros	44 litros	176 litros	840 litros

27) Un artículo que se vende en cuotas a $ 450 y en efectivo a $ 360. ¿Qué porcentaje de descuento tiene por pago al contado?			
9 %	36 %	20 %	80 %

Práctico Nº 2: Potenciación y Radicación

1º) CALCULA LAS SIGUIENTES POTENCIAS

$a)...(-2)^3 =$ $e)...(-1)^5 =$ $i)....(-8)^3 =$

$b)...(-1)^7 =$ $f)....(-3)^0 =$ $j)...(-6)^2 =$

$c)...10^4 =$ $g)...(-4)^3 =$ $k)...(-5)^3 =$

$d)...6^3 =$ $h)...0^2 =$ $l)...(10)^2 =$

2º) APLICA PROPIEDAD DISTRIBUTIVA Y RESUELVE

$a)...[(-3)\cdot(+1)\cdot(-2)]^3 =$

$b)...[(-10)\div(-5)]^4 - [-2]^2 =$

$c)...[10\div(-2)]^3 =$

3º) APLICA PROPIEDAD SIMÉTRICA DE LA DISTRIBUTIVA

$a)...(-2)^3\cdot(-6)^3 =$

$b)...2^4\cdot(-5)^4\cdot 3^4 =$

$c)...(-12)^4\div(-6)^4 =$

$d)...(-12)^5\div(-2)^5\div(-3)^5 =$

4º)RESUELVE APLICANDO PROPIEDADES CUANDO SEA POSIBLE

$a)...(-2)\cdot(-2)^2\cdot(-2)^0 =$

$b)...(-12)^4\div(-6)^4 =$

$c)...9^8\div 9^2 =$

$d)...(-10)^6\div(-10)^3 =$

$e)...\left[(-3)^2\right]^3 =$

$f)...(2^3\cdot 2)\cdot 2^4\div(2^2)^2 =$

$g)...[(-5)+4]^2 =$

$h)...(6\div 3-1)^3 =$

$i)...\left[(-3)^7\div(-3)^4\right]\cdot(-3)^2 =$

$j)...\left[(-10)^3\right]^2 =$

$k)...\left\{\left[(2)^3\right]^2\right\}^4 =$

$l)...\left\{\left[(-4)^2\right]^3\right\}^0 =$

$m)...\left\{\left[(-3)^2\right]^0\right\}^3 =$

$n)...(-3)^2\cdot(-3)^0\cdot(-3):(-3)^2 =$

5º) OPERACIONES COMBINADAS

$a)...(-3)^3 : 9 - 32 : (-2)^2 + (-3)^2 =$

$b)...[-4 - 8 : (-2)]^2 - (-2) \cdot (-1)^5 =$

$c)...(-4 + 8) : (-2) + \left[4 \cdot (-1)^3\right] : (-2) =$

$d)...3.(-2)^3 + 7^2 : 7 + \left(2^4 + 4\right) : 5 =$

$e)...(-9 + 2)^2 + 4^2 - \left[(-3)^6\right]^0 =$

$f)...2 \cdot .(-3)^2 - (-3)^3 + (-1)^2 =$

$g)...(-2)^3.(-2) - (-3)^0 + 25 : (-5)^2 =$

RADICACIÓN

1º) CALCULA LAS SIGUIENTES RAÍCES

$a)...\sqrt{49} =$

$b)...\sqrt[6]{64} =$

$c)...\sqrt[4]{625} =$

$d)...\sqrt[3]{-216} =$

$e)...\sqrt{81} =$

$f)...\sqrt[3]{-1000} =$

$g)...\sqrt[5]{-32} =$

$h)...\sqrt{0} =$

$i)...\sqrt[5]{-1} =$

2º) APLICA PROPIEDAD DISTRIBUTIVA

$a)...\sqrt[3]{(-8)\cdot(-27)\cdot 125} =$

$b)...\sqrt{400 : 16} =$

$c)...\sqrt[4]{16 \cdot 256 \cdot 10000} =$

$d)...\sqrt[3]{512 \cdot (-216)} =$

3º) APLICA LA PROPIEDAD RECÍPROCA DE LA DISTRIBUTIVA

$a)...\sqrt{8} \cdot \sqrt{-2} \cdot \sqrt{-4} =$

$b)...\sqrt[3]{-192} : \sqrt[3]{3} =$

$c)...\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} \cdot \sqrt{6} =$

$d)...\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[4]{3} =$

4º) APLICA PROPIEDAD DISTRIBUTIVA CUANDO SEA POSIBLE

$a)...(-8 - 16 + 20) : 4 =$

$b)...[(-2) \cdot 3 \cdot (-5)]^2 =$

$c)...[(-12) : (3)]^2 =$

$d)...\sqrt{2} + \sqrt{2} =$

$e)...2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} =$

$f)...\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} =$

$g)...\sqrt{27} : \sqrt{3} =$

$h)...\sqrt{64 + 36} =$

$i)...\sqrt{100 - 36} =$

$j)...\sqrt{100 : 25} =$

$k)...\sqrt{-81} : \sqrt{-9} =$

$l)...\sqrt{8} \cdot \sqrt{2} =$

¡A RESOLVER PROBLEMITAS...!

1. Un padre quiere repartir S/. 100 entre sus tres hijos. Al primero le da 2/5 de su dinero y al segundo 10 soles más que al primero. ¿Cuánto le toca al tercer hijo?

A) S/. 20 B) S/. 10 C) S/. 30

2. César, Jesús, Daniel y Rafael practican tiro al blanco. Si han obtenido 3/10, 3/20, 2/5 y 5/10 respectivamente de un total de 200 puntos. ¿Quién obtuvo el segundo puesto?

A) César C) Jesús
C) Daniel D) Rafael

3. César tenía 96 figuritas. Regaló a Rosa 3/8 de lo que tenía y de las que le quedó, regaló la mitad a su amigo. ¿Con cuántas figuritas se quedó?

A) 15 B) 20 C) 30

4. Jorge tenía 360 soles. Gastó los 2/9 y regaló los 3/5. ¿Con cuánto se quedó?

A) 64 B) 84 C) 94

5. En un terreno de 240 hc; los 2/3 están sembrados de papa; 1/5 del resto están sembrados de arroz; los 3/4 del siguiente resto son trigo y el último resto no está cultivado. ¿Cuántas hc no se cultivó?

A) 16 B) 26 C) 48

6. Percy tiene 24 chocolates. ¿A cuántos amigos podrá invitar 1 1/2 chocolates?

A) 13 B) 14 C) 16

Matematica 1

16.- Las tres décimas partes de las ovejas de un rebaño son negras, y el resto, blancas.¿Qué fracción de rebaño ocupan las blancas?

15.- ¿Cuántos cuartos de Kilo hay en dos kilos y cuarto?
¿Cuántos cuartos de Kilo salen en dos pizzas completas?
¿Cuántas unidades hay que sumar a 2/5 para obtener 7/5?

16.- En el cumpleaños de Manuel se consumieron dos tartas completas y la tercera parte de otra . Expresa en tercios la cantidad de tarta consumida.

17.- ¿Cuántas pizzas completas son 10/5 de pizza?
¿Cuántas unidades hay que restar a 23/6 para obtener 5/6?

18.-De una botella de tres cuartos de litro de aceite , Rosa ha sacado medio litro para llenar la aceitera. ¿Cuánto aceite queda en la botella?

19.- En una botella hay 7/8 de litro de aceite y en otra ¼ de litro menos .¿Cuánto aceite hay en la segunda botella?

20.- En el frigorífico de una cafetería hay 20 botellas de agua de 2/5 de litro .¿Cuántos litros de agua son?

21.- Marta compra la tercera de un queso de ¾ de Kilo. ¿Cuánto pesa el trozo que ha comprado Marta?

PROBLEMAS PARA LA CLASE

1. De una piña, Víctor se come los $\frac{5}{7}$. Si el resto se lo come Black, ¿qué fracción de piña se come Black?

a. $\frac{3}{4}$ b. $\frac{1}{7}$ c. $\frac{2}{7}$ d. $\frac{7}{5}$ e. $\frac{1}{14}$

2. Franco dedica $\frac{1}{8}$ del día a jugar en la computadora, $\frac{1}{16}$ del día lo dedica a comer, y $\frac{1}{4}$ del día lo dedica a dormir. Si el resto del día lo dedica a cumplir con los trabajos de su colegio "TRILCE", ¿qué fracción del día dedica a esta última labor?

a. $\frac{9}{16}$ b. $\frac{5}{16}$ c. $\frac{1}{16}$ d. $\frac{1}{4}$ e. $\frac{11}{16}$

3. En la biblioteca del colegio "TRILCE", las $\frac{2}{3}$ partes de los libros son de MATEMÁTICA, la quinta parte son de LENGUAJE, el resto de libros corresponden a los demás cursos. ¿Qué parte corresponde a los demás cursos?

a. $\frac{1}{5}$ b. $\frac{2}{3}$ c. $\frac{7}{15}$ d. $\frac{2}{15}$ e. $\frac{13}{15}$

4. Un automovilista demora en ir de Lima a Chimbote $4\frac{1}{4}$ de hora, quedándose a descansar $2\frac{1}{3}$ de hora en dicha ciudad. Si parte con dirección a Trujillo y se demora $3\frac{1}{3}$ de hora en llegar allí, ¿cuántas horas empleó para ir de Lima a Trujillo?

a. $8\frac{1}{12}$ b. $9\frac{11}{12}$ c. $7\frac{11}{12}$ d. 9 e. 10

5. En el problema anterior, ¿a qué hora llegaría a Trujillo el automovilista si sale de Lima a las 8:00 a.m.?

a 3:45 p.m. b. 5:55 c. 5:30 d. 2 e. 5

ÉXITOS!